

Diskretne strukture UNI

Vaje, 3. teden

1. Za tromestni veznik V naj ima $V(p, q, r)$ nasprotno vrednost kot večina od argumentov p, q, r .

- (a) Sestavi resničnostno tabelo za veznik V .
- (b) Poenostavi izraze $V(p, p, p)$, $V(p, p, q)$, in $V(p, q, \neg q)$.
- (c) Pokaži, da $\{V, \neg\}$ ni poln nabor.

2. Naj bo A veznik $A(p, q, r) \equiv (p \vee q) \Rightarrow r$.

- (a) Kateri izmed naborov $\{A\}$, $\{A, 1\}$, $\{A, 0\}$, $\{A, \neg\}$ so polni?
- (b) Zaporedje izrazov K_n je definirano rekurzivno z

$$\begin{aligned}K_0 &= \neg p, \\K_1 &= \neg q, \\K_n &= A(p, q, K_{n-1} \wedge K_{n-2}).\end{aligned}$$

Izračunaj K_{2025} .

3. Veznik A je definiran s predpisom $A(p, q, r) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r)$.

- (a) Samo z veznikom A zapiši izraze 1 , $p \wedge q$ in $p \Rightarrow q$.
- (b) Kateri izmed naborov $\{A\}$, $\{A, 1\}$, $\{A, 0\}$, $\{A, \Rightarrow\}$, $\{A, \forall\}$ so polni?
- (c) Zaporedje izrazov I_n je definirano rekurzivno s predpisi

$$\begin{aligned}I_0 &= \neg p, \\I_1 &= p, \\I_n &= A(I_{n-1}, I_{n-2}, I_{n-2}).\end{aligned}$$

Izračunaj I_{2025}

4. Kateri od naslednjih sklepov so pravilni?

- (a) $p \vee q, \neg q \wedge r \Rightarrow \neg p \models q \vee r$,
- (b) $p \Rightarrow q, r \Rightarrow s, p \vee r \models q \wedge s$,
- (c) $p \wedge r, q \wedge p \Rightarrow \neg r \models \neg q$,
- (d) $p \Rightarrow q, p \vee s, q \Rightarrow r, s \Rightarrow t, \neg r \models t$,
- (e) $p \Rightarrow q, p \wedge s, q \wedge r \Rightarrow t, s \Rightarrow r \models t$,
- (f) $p \Leftrightarrow q, \neg p, \neg(q \Rightarrow r) \vee t, s \vee t \Rightarrow r \models r \wedge \neg p$,

5. Preveri pravilnost sklepov s pomočjo pogojnega sklepa.

- (a) $p \Rightarrow (q \vee r), \neg r \models p \Rightarrow q$,
- (b) $p \vee q \Rightarrow r \wedge s, r \vee t \Rightarrow u \models p \Rightarrow u$,
- (c) $p \Rightarrow q \vee r, q \Rightarrow \neg p, \neg(s \wedge r) \models p \Rightarrow \neg s$,
- (d) $s \wedge (p \Rightarrow t), t \Rightarrow (q \vee r) \models p \Rightarrow (\neg q \Rightarrow r)$,
- (e) $\models (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$,

6. Preveri pravilnost sklepov s pomočjo dokaza s protislovjem (*reductio ad absurdum*).

(a) $(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s), s \wedge q \Rightarrow t, \neg t \models \neg(p \wedge r),$

(b) $p \vee q, p \Rightarrow r, q \Rightarrow s \models r \vee s,$

(c) $p \vee q, p \vee r, r \Rightarrow s, \neg(q \wedge s) \models p,$

(d) $p \Rightarrow r \wedge t, t \vee s \Rightarrow \neg q \models \neg(p \wedge q),$

(e) $p \Leftrightarrow q, r \vee s \Rightarrow p, s \vee t, \neg t \vee r \models q,$