

Diskretne strukture UNI

Vaje, 7. teden

1. Za dane množice A, B in C ter neznano množico X opazujemo sistem enačb z množicami

$$X \setminus A = B \cup C,$$

$$X \setminus B = A \cup C.$$

- (a) 'Po postopku' določi pogoje za rešljivost ter opiši vse rešitve enačbe $X \setminus A = B \cup C$.
- (b) Uporabi dobljene pogoje in opis rešitev iz (a) dela, da določiš pogoje za rešljivost in opišeš vse rešitve zgornjega sistema.
2. Ali velja

(a) $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times D),$

(b) $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D),$

(c) $(A + B) \times (C + D) = (A \times C) + (B \times D),$

(d) $(A + B) \times C = (A \times C) + (B \times C),$

(e) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)?$

3. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ definiramo relacijo

$$R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 1), (4, 1)\}.$$

- (a) Nariši grafe relacij $R, R^2 = R * R$ in $R^3 = R * R * R$.
- (b) Katere izmed zgornjih relacij so refleksivne, simetrične in/ali tranzitivne?
4. Na množici $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ definiramo relacijo

$$R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 1)\}.$$

- (a) Relacijo S definiramo kot $S = R \cup \{(1, 3)\}$. Izračunaj relacijo S^{10} .
- (b) Pokaži, da je $S^{2025} = U_A$ (kjer je U_A univerzalna relacija na množici A , tj. $U_A = A \times A$).

5. Na množici $A = \{1, 2, \dots, 20\}$ definiramo relacijo R :

$$xRy \Leftrightarrow y - x \text{ je praštevilo.}$$

- (a) Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti relacije R .
- (b) Določi množico $\{y \in A \mid 10Ry\}$

6. Na množici števil $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ definiramo relacijo R :

$$aRb \Leftrightarrow \gcd(a, b) > 3.$$

- (a) Pokaži, da je $R \subseteq R^2$.
- (b) Ali je relacija R refleksivna, simetrična ali tranzitivna?
- (c) Ali je relacija R^2 refleksivna, simetrična ali tranzitivna?