

Diskretne strukture UNI

Vaje, 5. teden

1. Katere izmed formul so med sabo enakovredne in katere ne? Odgovore dobro utemelji!

$$A = \forall y \exists x (P(x) \vee \neg Q(y)) \quad B = \forall y (\exists x \neg P(x) \vee Q(y))$$

$$C = \exists x (P(x) \Rightarrow \forall y Q(y)) \quad D = \exists y (P(y) \vee \forall x \neg Q(x))$$

2. Poišči interpretacije, v katerih imajo naslednji pari izjavnih formul nasprotno logično vrednost.

(a) $\forall x (P(x) \Rightarrow R(x)), \exists x (P(x) \Rightarrow R(x))$

(b) $\forall x (P(x) \Leftrightarrow R(x)), \forall x (P(x) \Rightarrow R(x))$

(c) $\forall x \forall y (P(x) \Rightarrow P(y)), 0$

(d) $\forall x \forall y (P(x) \Rightarrow P(y)), 1$

3. Katere izmed spodnjih formul so enakovredne?

$$A = \exists x (\forall y P(x, y) \Rightarrow \forall y R(x, y)),$$

$$B = \exists x (\forall y P(y, x) \Rightarrow \forall y R(x, y)),$$

$$C = \exists x (\forall y P(x, y) \Rightarrow \forall y R(y, x)).$$

4. Poišči interpretacijo, v kateri imata formuli

$$A = \forall x \exists y (P(x) \Leftrightarrow Q(y)) \quad \text{in} \quad B = \exists y \forall x (P(x) \Leftrightarrow Q(y))$$

nasprotni logični vrednosti.

5. Ali sta formuli

$$A = \forall z \exists y (R(z, y) \vee \forall w \neg R(y, w)),$$

$$B = \forall x \exists y R(x, y) \vee \exists x \forall y R(x, y)$$

enakovredni? Ali je katera od njiju splošno veljavna?

6. Na množici celih števil $\mathbb{Z}$ je definiran predikat $P(m, n)$. Zanj vemo, da so za vsak par celih števil m in n resnične naslednje izjave:

P0. $P(0, 0)$,

P1. $P(m, n) \Leftrightarrow P(m, n + 2)$,

P2. $P(m, n) \Leftrightarrow P(m + 2, n - 1)$,

P3. $P(m, n) \Leftrightarrow P(m - 1, n - 1)$.

Katere od naslednjih izjav so resnične?

(a) $P(1, 1)$,

(b) $P(2, 5)$,

(c) $\forall m \forall n P(m, n)$