

Diskretne strukture UNI

Vaje, 4. teden

1. Preveri pravilnost sklepov s pomočjo pogojnega sklepa.

- (a) $p \Rightarrow (q \vee r), \neg r \models p \Rightarrow q,$
- (b) $p \vee q \Rightarrow r \wedge s, r \vee t \Rightarrow u \models p \Rightarrow u,$
- (c) $p \Rightarrow q \vee r, q \Rightarrow \neg p, \neg(s \wedge r) \models p \Rightarrow \neg s,$
- (d) $s \wedge (p \Rightarrow t), t \Rightarrow (q \vee r) \models p \Rightarrow (\neg q \Rightarrow r),$
- (e) $\models (p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow ((p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow r)),$

2. Preveri pravilnost sklepov s pomočjo dokaza s protislovjem (*reductio ad absurdum*).

- (a) $(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s), s \wedge q \Rightarrow t, \neg t \models \neg(p \wedge r),$
- (b) $p \vee q, p \Rightarrow r, q \Rightarrow s \models r \vee s,$
- (c) $p \vee q, p \vee r, r \Rightarrow s, \neg(q \wedge s) \models p,$
- (d) $p \Rightarrow r \wedge t, t \vee s \Rightarrow \neg q \models \neg(p \wedge q),$
- (e) $p \Leftrightarrow q, r \vee s \Rightarrow p, s \vee t, \neg t \vee r \models q,$

3. Preveri pravilnost sklepov.

- (a) $p \vee s \Rightarrow \neg t \wedge u, t \vee (u \Rightarrow p), p \wedge q \Rightarrow r \vee \neg u \models q \Rightarrow p \wedge r$
- (b) $p \Rightarrow t \vee r, q \Rightarrow t \vee s, r \Rightarrow \neg s \models p \wedge q \Rightarrow t$
- (c) $r \vee t \Rightarrow q \wedge s, \neg t \vee u \Rightarrow r, s \Leftrightarrow p \models \neg r \Rightarrow p$
- (d) $p \vee t, t \vee u \Rightarrow r \vee s, t \Rightarrow \neg s \models p$
- (e) $\neg p \Rightarrow r \wedge t, t \vee s \Rightarrow \neg q \models p \vee \neg q$
- (f) $p \wedge q \Rightarrow \neg t, s \vee t, q \wedge r \models p \Rightarrow r \wedge s$
- (g) $(r \wedge t) \vee q, r \vee \neg t \Rightarrow \neg p \wedge s \models q$
- (h) $(r \wedge t) \vee q, r \vee \neg t \Rightarrow \neg p \wedge s \models p \Rightarrow q$
- (i) $t \Rightarrow p, t \vee q \vee r, r \Rightarrow (p \vee t) \models p \vee q$
- (j) $p \vee t, t \vee u \Rightarrow r \vee s, t \Rightarrow \neg s \models p \vee r$
- (k) $p \vee t, t \vee u \Rightarrow r \vee s, t \Rightarrow \neg s \models p$

4. Za področje pogovora vzamemo naravna števila, predikatoma P in D pa damo tak pomen:

$P(x)$... x je praštevilo,
 $D(x, y)$... število x deli število y .

V tej interpretaciji določi logične vrednosti izjavnih formul:

- | | |
|--|--|
| (a) $\forall x(P(x) \vee D(2, x)),$ | (f) $\exists x \forall y(D(x, y) \Rightarrow \neg P(y)),$ |
| (b) $\exists x(P(x) \wedge D(2, x)),$ | (g) $\forall x \exists y(P(x) \Rightarrow P(y) \wedge D(y, x)),$ |
| (c) $\forall x(P(x) \Rightarrow \neg D(10, x)),$ | (h) $\forall x \exists y D(x, y),$ |
| (d) $\forall x(D(4, x) \Rightarrow D(2, x)),$ | (i) $\exists y \forall x D(x, y).$ |
| (e) $\forall x \exists y(P(y) \wedge D(y, x)),$ | |

Kako se te logične vrednosti spremenijo, če področje pogovora zamenjamo z $\mathbb{N} \setminus \{0\}$?

5. Na otoku ljudje živijo v Severni vasi in v Južni vasi. Otočani imajo črne in bele ovce. Z izjavnimi formulami zapiši spodnje izjave.
- (a) Vsak prebivalec Severne vasi ima vsaj eno črno ovco.
 - (b) Vsak prebivalec Južne vasi ima vsaj eno črno ovco in eno belo ovco.
 - (c) Obstaja prebivalec Severne vasi, ki nima črne ovce.
 - (d) Vsak prebivalec Severne vasi pozna prebivalca Južne vasi, ki ima belo ovco.
 - (e) Neki prebivalec Južne vasi pozna prebivalca Severne vasi, ki ima črno ovco.
 - (f) Neki prebivalec Južne vasi pozna vse prebivalce Severne vasi, ki imajo črno ovco.