

1. Naj bo $ABCD$ paralelogram, kjer je $A(1, -2)$, $B(2, 1)$ in $C(-2, 0)$. Poišči koordinate točke D in izračunaj dolžini obeh diagonal v tem paralelogramu.

Rešitev: $D(-3, -3)$, $\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{13}$, $\|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{41}$.

2. Naj bo $ABCD$ paralelogram. Razpolovišče stranice CD označimo z E , P pa naj bo točka, v kateri se sekata diagonala AC in daljica BE .

- (a) Označimo $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$ in $\mathbf{b} = \overrightarrow{AD}$. Izrazi vektor $\overrightarrow{AP}$ kot linearno kombinacijo vektorjev $\mathbf{a}$ in $\mathbf{b}$, tj. poišči realni števili s in t , da bo $\overrightarrow{AP} = s\mathbf{a} + t\mathbf{b}$.
- (b) Kolikšno je razmerje med dolžinama vektorjev $\overrightarrow{AP}$ in $\overrightarrow{PC}$?
- (c) Recimo, da poznamo koordinate oglišč A, B in D ; $A(1, 0, 1)$, $B(4, -3, 4)$, $D(1, 3, 1)$. Določi koordinate oglišča C in točke P .
- (d) Ali je paralelogram iz prejšnje točke romb? Pravokotnik? Mogoče celo kvadrat?

Rešitev: (a) $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$, (c) $C(4, 0, 4)$, $P(3, 0, 3)$, (d) Nič od tega.

3. Dana je kocka $ABCDEFGH$ z oglišči $A(1, 0, 2)$, $B(3, 0, 2)$, $C(3, 2, 2)$, $D(1, 2, 2)$, $E(1, 0, 4)$, $F(3, 0, 4)$, $G(3, 2, 4)$ in $H(1, 2, 4)$.

- (a) Zapiši vektorje $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DH}$ in $\overrightarrow{CB}$.
- (b) Naj bo točka M razpolovišče roba BF , točka S pa središče ploskve $ADHE$. Izrazi vektor $\overrightarrow{MS}$ z vektorji $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{AD}$ in $\mathbf{c} = \overrightarrow{AE}$.

Rešitev: (a) $\overrightarrow{AB} = [2, 0, 0]^T$, $\overrightarrow{AC} = [2, 2, 0]^T$, $\overrightarrow{DH} = [0, 0, 2]^T$, $\overrightarrow{CB} = [0, -2, 0]^T$, (b) $\overrightarrow{MS} = \frac{1}{2}\mathbf{b} - \mathbf{a}$.

4. Trapez $ABCD$ je določen z vektorji $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$ in $\overrightarrow{DC} = \frac{2}{3}\mathbf{a}$. Naj bo točka M presečišče diagonal tega trapeza. Kolikšno je razmerje med dolžinama vektorjev $\overrightarrow{AM}$ in $\overrightarrow{MC}$?

Rešitev: $\|\overrightarrow{AM}\| : \|\overrightarrow{MC}\| = 3 : 2$.

5. V pravilnem šestkotniku $ABCDEF$ označimo z G razpolovišče stranice AF . V kolikšnem razmerju deli daljica GC diagonalo BD ?

Rešitev: $3 : 4$.

6. Izračunaj razdaljo med mimobežnima stranicama pravilnega tetraedra z robovi dolžine a .

Rešitev: $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

7. Utemelji, da za poljubna vektorja $\mathbf{a}$ in $\mathbf{b}$ velja neenakost $\|\mathbf{b} - \mathbf{a}\| \geq \|\mathbf{b}\| - \|\mathbf{a}\|$.

Rešitev: $\|\mathbf{b} - \mathbf{a}\|^2 = (\mathbf{b} - \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}) = \mathbf{b} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} - 2\mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$.

8. Naj bo p premica, ki gre skozi točki $A(1, 0, 1)$ in $B(4, -3, 4)$.

- (a) Opiši premico p v parametrični obliki in s kanonično enačbo.
- (b) Poišči parametrizacijo premice q , ki je vzporedna s premico p in gre skozi točko $C(1, 1, 1)$.
- (c) Poišči parametrizacijo premice q' , ki gre skozi točko $C(1, 1, 1)$ in seka premico p pod pravim kotom.

Rešitev: $p: \mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $p: x - 1 = -y = z - 1$, $q: x - 1 = 1 - y = z - 1$.

9. Dani sta premici p in q z enačbama

$$p: \frac{x+2}{3} = -y-1 = \frac{z-1}{2}, \quad q: x-3 = \frac{y-2}{2} = \frac{z-9}{3}.$$

- (a) Poišči presečišče premic p in q .
- (b) Določi kot med premicama p in q .

Rešitev: (a) $T(1, -2, 3)$, (b) $\varphi = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$.