



Digitalna vezja UL, FRI



Dodatne naloge

Naloga 1

- Funkcijo $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \&^4(2,3,5,7,9,10,11,13,14,15)$ zapiši v eksplicitni PKNO obliki. PKNO pretvori v PDNO na podlagi relacij med mintermi in makstermi. PDNO zapiši v skrajšani in eksplicitni obliki.

EksPLICITNA PKNO:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) = & (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4)(x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})(x_1 \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \\ & (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee x_4) \\ & (\overline{x_1} \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4})(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \\ & (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \end{aligned}$$

PDNO prevedba na podlagi relacije med mintermi in makstermi:

- Indeksi manjkajoči makstermov: 0,1,4,6,8,12
- Skrajšana PDNO:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \vee^4 (0,1,4,6,8,12)$$

- Eksplicitna PDNO:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) = & \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} \overline{x_4} \vee \\ & x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_3} \overline{x_4} \end{aligned}$$

Naloga 2

- Določi MDNO in MKNO funkcije $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \vee^4 (4, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 14)$. Pri obeh oblikah ovrednoti število operatorjev (vrat) in operandov (vhodov) in na podlagi tega določi MNO.

MDNO

		x_3, x_4			
		00	01	11	10
x_1, x_2	00				
	01	1	1	1	1
	11	1			1
	10		1	1	

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1}x_2 \vee x_2\overline{x_4} \vee x_1\overline{x_2}x_4$$

[4,10]

MKNO

		x_3, x_4			
		00	01	11	10
x_1, x_2	00	1	1	1	1
	01				
	11		1	1	
	10	1			1

$$\begin{aligned} \bar{f}(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \vee x_1 x_2 x_4 \vee \overline{x_2} \cdot \overline{x_4} \\ f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \vee x_1 x_2 x_4 \vee \overline{x_2} \cdot \overline{x_4}} = \\ &= (x_1 \vee x_2)(\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4})(x_2 \vee x_4) \end{aligned}$$

[4,10]

$$\text{MNO} = \text{MDNO} = \text{MKNO}$$

Naloga 3

- Za 4-bitni podatek $D = (d_3, d_2, d_1, d_0)$ izračunajte izhod za generiranje paritetnega bita PL, ki je določen z liho pariteto (izhod je 1, če na vhodu ni nobene ali je sodo število enic) in ga realizirajte z XOR operatorji.

d_3	d_2	d_1	d_0	P
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

	$\overline{d_1} \overline{d_0}$	$\overline{d_1} d_0$	$d_1 d_0$	$d_1 \overline{d_0}$
$\overline{d_3} \overline{d_2}$	1		1	
$\overline{d_3} d_2$		1		1
$d_3 d_2$	1		1	
$d_3 \overline{d_2}$		1		1

$$P = a_0 \nabla a_1 \cdot d_3 \nabla a_2 \cdot d_2 \nabla a_3 \cdot d_1 \nabla a_4 \cdot d_0$$

$$f(0,0,0,0)=1=a_0$$

$$f(0,0,0,1)=0=1 \nabla a_4 \Rightarrow a_4 = 1$$

$$f(0,0,1,0)=0=1 \nabla a_3 \Rightarrow a_3 = 1$$

$$f(0,1,0,0)=0=1 \nabla a_2 \Rightarrow a_2 = 1$$

$$f(1,0,0,0)=0=1 \nabla a_1 \Rightarrow a_1 = 1$$

$$P = 1 \nabla 1 \cdot d_3 \nabla 1 \cdot d_2 \nabla 1 \cdot d_1 \nabla 1 \cdot d_0 = 1 \nabla d_3 \nabla d_2 \nabla d_1 \nabla d_0$$

Naloga 4

- Podana je logična funkcija $F(A, B, C, D) = \vee^4 (0,1,6,9,14) \vee^4 (3,4,5,7,8,11,15)$.
- Zapišite MDNO in MKNO ter določite MNO tako, da zapišete število operatorjev in število vhodov za MDNO in MKNO.
 - V Karnaugh-jevem diagramu pokažite, da je funkcija, ki ste jo zapisali v MDNO, linearna.
 - Zapišite splošno enačbo za linearni polinom, izračunajte koeficiente in jo zapišite z XOR operatorji.
- MDNO, MKNO in MNO:

MDNO

		C, D			
		00	01	11	10
A, B	00	1	1	?	
	01	?	?	?	1
	11			?	1
	10	?	1	?	

$$f(A, B, C, D) = \bar{B} \cdot \bar{C} \vee B \cdot C \quad [3,6]$$

MKNO

		C, D			
		00	01	11	10
A, B	00			?	1
	01	?	?	?	
	11	1	1	?	
	10	?		?	1

$$\begin{aligned} \bar{f}(A, B, C, D) &= \underline{B \cdot \bar{C} \vee \bar{B} \cdot C} \\ f(A, B, C, D) &= B \cdot \bar{C} \vee \bar{B} \cdot C = (\bar{B} \vee C)(B \vee \bar{C}) \\ &[3,6] \end{aligned}$$

$$\text{MNO} = \text{MDNO} = \text{MKNO}$$

- Linearnost: C, D

A, B

	00	01	11	10
00	1	1		
01			1	1
11			1	1
10	1	1		

A, B

	00	01	11	10
00	1	1		
01			1	1
11	1	1	1	1
10	1	1		

A, B

	00	01	11	10
00	1	1		
01			1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

A, B

	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

Funkcija je linearna.
Pri vseh preverjanjih
je popolnoma enaka
ali popolnoma
različna.

- Linearni polinom:

$$f(A, B, C, D) = a_0 \nabla a_1 \cdot A \nabla a_2 \cdot B \nabla a_3 \cdot C \nabla a_4 \cdot D$$

		C, D			
		00	01	11	10
A, B	00	1	1		
	01			1	1
	11			1	1
	10	1	1		

Izračun koeficientov:

$$f(0,0,0,0) = 1 = a_0$$

$$f(0,0,0,1) = 1 = 1 \nabla a_4 \Rightarrow a_4 = 0$$

$$f(0,0,1,0) = 0 = 1 \nabla a_3 \Rightarrow a_3 = 1$$

$$f(0,1,0,0) = 0 = 1 \nabla a_2 \Rightarrow a_2 = 1$$

$$f(1,0,0,0) = 1 = 1 \nabla a_1 \Rightarrow a_1 = 0$$

$$f(A, B, C, D) = 1 \nabla 0 \cdot A \nabla 1 \cdot B \nabla 1 \cdot C \nabla 0 \cdot D = 1 \nabla B \nabla C$$

Za preverjanje linearnosti bi v tabeli primerjali vrednosti originalne in linearne funkcije in če se funkcijske vrednosti pri vseh vhodnih vektorjih ujemata, je funkcija linearna.